TITLE:
中性子星における超流動(「多体系量子論と天体」研究会報告,基研研究会報告)

AUTHOR(S):
藤田, 利光; 恒藤, 敏彦

CITATION:
藤田, 利光 ...[et al]. 中性子星における超流動(「多体系量子論と天体」研究会報告,基研研究会報告). 物性研究 1971, 15(6): D26-D31

ISSUE DATE:
1971-03-20

URL:
http://hdl.handle.net/2433/88207

RIGHT:

京都大学学術情報リポジトリ
KURENAI 紅
Kyoto University Research Information Repository

研 究 会 報 告

中性子星における超流動

京大理　藤田利光。恒藤敏彦

§ 1. 超流動にまつわる問題点

中性子星に関しては，いくつも興味ある“物性的”な問題があるが，ここでは中性子星内部に存在すると考えられる量子流体の問題，とくに超流動に関連する2，3の問題を指摘し，そのうち，角運動量 $\ell \neq 0$ のpairing がある状態での超流動の問題を少しくわしく議論してみる。

中性子星の量子流体を構成するのは，neutron と，密度によつて多少異なるが問題となる領域では全粒子密度の5％程度の proton および electron である。電気伝導および熱伝導に主役を演じるelectron は相対論的で殆んど完全に縮退しており，超伝導状態になる可能性はまずないといつてよい。したがつて多くの場合electronの方は自由なfermi gasとして扱えばよく，とくにrucleon の流体を問題にするときには一様な back ground とみなすことができる。

nucleon に関しては，まず超流動状態になるかどうか，なるとするとどのようなpairing によるか，という問題があるが，核力の性質からこの問題を詳しく分析することは玉垣，他[1] 等によつて行われている。その結果によると，neutron matter は密度が充分大きい所（$E_f > 50\,\mathrm{MeV}$）では，$^3P_2$-pairing の超流動状態になる。この状態に関しては次のような問題が考えられる。

(1) $^3P_2$-pairingにおける超流動性

S-state pairing，つまりBCS型の状態における超流動は，金属の超伝導としてその性質はよくしらべられている。$\ell \neq 0$ の pairing 状態はH^3eの流体[2]および遷移金属[3]における一つの可能性として議論されたが，そのような状態における超流動の性質は殆んど調べられていない。中性子星における超流動は，Pines が pulser の spin-up の説明に star-quake と結びつけて議論しているが，そこでも s-state pairing の状態として普通の超流動の理論を使つている。しかし次の節にみるように，$\ell \neq 0$ pairing の場合

はかなり奇妙な事情が現われ，面白い問題である。

(2) zero sound などの効果

液体He^3においては$\ell=2$のpairing の可能性が議論されているが，そこでT_cの理論値が否定的な実験がでるたびに手のとどかない低温に逃げた(4)。T_cを下げる1つの要因として，zero sound, paramagnon があげられる。前者は密度のゆらぎ，後者はスピン密度のゆらぎである。これらのcollectin excitation をやりとりしてえられる粒子間の相互作用は，$\ell \neq 0$ pairingをこわす方向に働くことが多い。たとえばzero soundによるものはむしろs-pairingを助けるであろう。この効果は，もちろんlow density(weak coupling) ではきかないが，今の問題でも一応検討を要すると思われる。

(3) protonの存在

5％程度であるが，protonの存在は面白い問題を提起する。両方ともfermion であることと，n－p間にはn－n間よりもむしろ強い相互作用があることを考えれば，この二流体はいままでの物性ではなかつた系である。とくにreutron が$^3P_2$ pairingをしたとき，この二流体力学は興味深い。

§2. G－L方程式

実際の中性子星の温度はT_cよりはるかに低いと考えられているが，流体的な様子を見るために，超伝導の場合と同じように$T \sim T_c$での振舞いを調べることにする。この場合は，Ginzburg－Landau 方程式により比較的容易 にその様相がわかる。最近Dribinskii 等(5)が$\ell \neq 0$のG－L方程式を議論して球対称な渦が存在する状態があると結論しているが，核力がスピンに依存していることと，彼等の解は空間的に等方的な，ある意味では特殊な解を仮定して議論していることから，我々はもう少し一般的なところを出発点とする。

普通の超伝導の理論を相互作用がスピンに依存する場合に拡張して，pairの重心運動を含めたgap方程式は次の様に与えられる。

$$\Delta^*_{\alpha\beta}(\vec{Q};\vec{P}) = -\sum_{\vec{q}\gamma\delta} \frac{V_{\delta\gamma;\alpha\beta}(\vec{q}\,\vec{p})}{\Omega} \cdot \frac{\Delta^*_{\gamma\delta}(\vec{Q};\vec{q})}{2\varepsilon_\alpha(\vec{Q};\vec{q})}$$

$$\times \frac{1}{2}\left\{ \tanh \frac{\varepsilon_{\alpha}(Q\cdot 9)+\frac{\vec{Q}\cdot\vec{q}}{2m}}{2T} + \tanh \frac{\varepsilon_{\alpha}(\vec{Q};q)-\frac{\vec{Q}\cdot\vec{q}}{2m}}{2T} \right\}$$

$$\varepsilon_{\alpha}(\vec{Q};\vec{q}) = (\frac{q^2}{2m} - \mu + \frac{Q^2}{8m}) + \Delta_{\alpha}{}^2(\vec{Q};\vec{q})$$

$$\Delta_{\alpha}{}^2 = \sum_{\beta} \Delta_{\alpha\beta}(\vec{Q};\vec{q})\ \Delta^{*}_{\alpha\beta}(\vec{Q};\vec{q})$$

$$V_{\delta\gamma;\alpha\beta}(\vec{q},\vec{P}) = \int d\vec{r}\ V_{\delta\gamma;\alpha\beta}(\vec{r})\ e^{i(\vec{q}-\vec{p})\cdot\vec{r}}$$

Ω ：　系の volume

Q ：　pair の重心の運動量

上式の積分の kernel を（ $T\sim T_c$ と考えて）Δ と $\vec{Q}$ で展開すればG－L方程式のFourier 交換がえられる（正確に言うと単なる展開でないので，Δ について三次の項は異なつてくる）。pairnig にかかわるのは fermi 球の表面附近の中性子なので，一般性を失うことなく $\vec{P}$，$\vec{q}$ の関数は方向 $\hat{P}$，$\hat{q}$ の関数としてよく，$\Delta_{\alpha\beta}(\vec{Q};\vec{P}) = \sum_{lm} {}^{m}_{\ell}\Delta_{\alpha\beta}(\vec{Q})\ Y^{m}_{\ell}(\hat{P})$，

$V_{\delta\gamma;\alpha\beta}(\hat{q},\hat{P}) = \sum_{\ell} \frac{(2\ell+1)}{2} V^{\ell}_{sr;\alpha\beta} P_{\ell}(\widehat{qP})$ のように展開できる。${}^{m}_{\ell}\Delta_{\alpha\beta}(\vec{Q})$ は内部量子数が α，β，ℓ，m の pair の“分子”の波動函数と考えて，それを全角運動量空間に変換することができて，${}^{m}_{\ell}\Delta_{\alpha\beta}(\vec{Q})$

$= \Sigma \Delta_{s\ell JM}(\vec{Q}) \times (\frac{1}{2}\frac{1}{2}\alpha\beta | s(\alpha+\beta))(s\ell\alpha+\beta m | JM)$ となる。

さて ${}^3P_2$ pairing について上の手続を実行すれば，Δ について三次の項まで含めて，

$$O = \{(A+BQ^2)I + CQ^2\}\Delta^{*}(Q) + \sum_{Q_1Q_2Q_3} D(Q_1,Q_2,Q_3)\ \Delta^{*}(Q_3)$$

$\Delta(Q)$: Δ_M を成分とする vector

$$A = 1 + \frac{\Omega}{8\pi^3} \ln\ (\frac{2\tilde{\omega}\gamma}{\pi T})\, mp_o\, V({}^3p_2)$$

$$B = -\frac{\Omega}{8\pi^3}\,\frac{7\zeta(3)p_o^3\ V(^3P_2)}{96(\pi T)^2 m}$$

I : unit matrix

$$C = \frac{\sqrt{16\pi}}{5\sqrt{5}}B\begin{pmatrix} -Y_2^0 & \sqrt{\frac{3}{2}}Y_2^1 & -Y_2^2 & 0 & 0 \\ \sqrt{\frac{3}{2}}Y_2^{1*} & \frac{1}{2}Y_2^0 & \frac{1}{2}Y_2^1 & -\sqrt{\frac{3}{2}}Y_2^2 & 0 \\ -Y_2^2 & \frac{1}{2}Y_2^1 & Y_2^0 & -\frac{1}{2}Y_2^1 & -Y_2^2 \\ 0 & -\sqrt{\frac{3}{2}}Y_2^{2*} & -\frac{1}{2}Y_2^{1*} & \frac{1}{2}Y_2^0 & -\sqrt{\frac{3}{2}}Y_2^1 \\ 0 & 0 & -Y_2^{2*} & -\sqrt{\frac{3}{2}}Y_2^{1*} & -Y_2^0 \end{pmatrix}$$

$$Y_\ell^m \equiv Y_\ell^m(\hat{Q})$$

$$D = -\frac{\Omega}{8\pi^3}\cdot\frac{21\zeta(3)mp_o\ V(3P_2)}{160\ \pi(\pi T)^2}\begin{pmatrix} \Lambda^2+\delta & & & & \\ & \Lambda^2+\frac{1}{2}\delta & & 0 & \\ & & \Lambda^2 & & \\ & 0 & & \Lambda^2-\frac{\delta}{2} & \\ & & & & \Lambda^2-\delta \end{pmatrix}$$

$$\Lambda^2 = \sum_M \Lambda_M^*(\vec{Q}_1)\Lambda_M(\vec{Q}_2)\,\delta(\vec{Q}_1+\vec{Q}_3),\ (\vec{Q}_2+\vec{Q})$$

$$\delta = \{\Lambda_2^*(\vec{Q}_1)\Lambda_2(\vec{Q}_2) - \Lambda_{-2}^*(\vec{Q}_1)\Lambda_{-2}(\vec{Q}_2)\}\,\delta(\vec{Q}_1+\vec{Q}_3),\ (\vec{Q}_2+\vec{Q})$$

これをFourier 逆変換すればG－L方程式が得られる。matrix Cはpairの“spin”Mと軌道運動の couplingを意味しており，流れをひきおこすには

pair 内部の状態を変化させなければならないことがいえる。

§ 3. $^3P_2$ pairing の vortex

前節でみたように，$^3P_2$ の超流動状態は流れと内部状態のからみあいのために複雑な様相を呈しているが，たとえば渦を考えたときそれがどのように反映しているであろうか。He の渦を扱う時と同様に(6)，G－L 方程式に軸対称の条件をおき $\partial / \partial Z$ の項をおとすと，その解は（全空間で A_M が一定のものを除けば）次の条件を満足しなければならない。

$$\begin{cases} A_2 = e^{+i(m-2)\varphi} f_2(r) \\ A_0 = e^{im\varphi} f_0(r) \\ A_{-2} = e^{i(m+2)\varphi} f_{-2}(r) \end{cases}$$

$$\begin{cases} A_1 = e^{i(m'-1)\varphi} f_1(r) \\ A_{-1} = e^{i(m'+1)\varphi} f_{-1}(r) \end{cases}$$

これはたとえばスピン2つ pair が軌道局運動量（m－2）をもつというように，pair が角運動量について（内部角運動量が偶奇によつてそれぞれ別個に）量子化された状態に condence していることを意味する。Z 軸方向の流れがないときにはスピンの偶奇の pair は linear な範囲では couple しないことは前節の式からわかる。

さらに事情を簡単にするために，$A_1 = A_{-1} = 0$ と仮定すると，全角運動量 m の渦状態を表わす f_{+2}，f_0，f_2 はつぎの式で与えられる。

$$\left[\alpha+\beta(A^2 \pm \delta) - 6\left(\partial_r{}^2 + \frac{\partial r}{r} - \frac{(m\mp 2)^2}{r^2}\right)\right] f_{\pm 2} + \sqrt{\frac{3}{2}}\left(\partial_r \pm \frac{m\mp 1}{r}\right)\left(\partial_r \pm \frac{m}{r}\right) f_0 = 0$$

$$\left[\alpha+\beta A^2 - 4\left(\partial_r{}^2 + \frac{\partial_r}{r} - \frac{m^2}{r^2}\right)\right] f_0 + \sqrt{\frac{3}{2}}\left(\partial_r - \frac{m-1}{r}\right)\left(\partial_r - \frac{m-2}{r}\right) f_2 + \sqrt{\frac{3}{2}}\left(\partial_r + \frac{m+1}{r}\right)\left(\partial_r + \frac{m+2}{r}\right) f_{-2} = 0$$

この式を数値的にあたつて，その物理的内容を検討することは，今後に残されている。

Hoffberg他(7)はpair が止つている一様な状態の自由エネルギーの計算からH＝0が最も安定であると結論しているが，我々のΔで展開した議論では前節より一つ高次までとればM＝0の状態が最低の自由エネルギーを与える。ところでZ軸方向の流れがある場合には，前節の近似のはんいではM＝I 2の状態の方が低い自由エネルギーを与える。だから流れのある状態は静止した状態から連続的に移行できるのではなく，あるgapが存在することも考えられる。今の近似の範囲ではそのようなgapは出てこないが，pais の“spin”の各成分のcouplingによりvortex 1つをとつてみてもそれが複雑な構造をもつているわけで，$^3P_2$ pairing の超流動は普通の超流動からの単なる類推では考えられない面をもつている。

References

(1) R. Tamagaki, Prog. Theor. Phys. 44 (1970), 905.

(2) L. P. Pitaevskii, Souiet Physics JETP 10 (1960) 1267.

(3) R. Balian and N. R. Werthamer, Phys. Rev. 131 (1963), 1553.

(4) V. J. Emery, Ann. Phys. 28 (1964), 1.

(5) B. L. Dribinskii and V. G. Zelevinskii, J. Exptl. Theor. Phys. (USSR) 58 (1970), 1057.

(6) L. P. Pitaevskii, Soviet Physics JETP 13 (1961), 451.

(7) M. Hoffberg, A. F. Glassgold, R. W. Richardson and M. Ruderman, Phys. Rev. Letters 6 (1970), 775.